

Luis Guillermo Coronado

En torno a la Revolución Astronómica. Comentario al *Commentariolus* de Copérnico

"Con el objeto fundamental de explicar el movimiento aparente de los planetas por medio del principio de regularidad, nuestros antepasados emplearon un gran número de esferas celestes, y consideraron absurdo que un cuerpo celeste, que es una esfera perfecta, no se mueva siempre de modo uniforme. Observaron que conectando y combinando, de diversos modos, movimientos regulares, podían hacer que cualquier cuerpo pareciera moverse hacia cualquier posición.

Calipo y Eudoxo, quienes intentaron resolver el problema empleando esferas concéntricas, no pudieron dar cuenta de todos los movimientos planetarios; no sólo debían explicar las revoluciones aparentes de los planetas sino también el hecho de que estos cuerpos aparecen en los cielos a veces elevados y a veces en descenso; y este hecho es incompatible con el principio de concetricidad. Por ello pareció mejor usar excéntricas y epiciclos, sistema finalmente aceptados por la mayoría de los estudiosos".

Copérnico, *Commentariolus*

Summary: *This is the first of two articles dealing with the conceptual and historical background of Copernicus' introductory paragraphs to his Commentariolus -those placed before the series of seven axioms-*

The present essay offers, in the first place, a sistematization of the theoretical framework and empirical basis of classical astronomy. These are the elements for discussing the logical coherence and empirical adequation of the various attempts of creating rational astronomy. Then, a detailed study of Eudoxos', Callipus' and Aristotle's astronomical systems is proposed.

Resumen: *El primero de una serie de dos artículos que explicitan el marco conceptual e histórico de la astronomía clásica presupuesta en los párrafos iniciales e introductorios a los siete axiomas del Commentariolus de Copérnico.*

En este primer artículo se sistematiza la dimensión teórica y la base empírica de la astronomía clásica, para luego evaluar la adecuación y coherencia de los sucesivos intentos de hacer

astronomía racional. A continuación se discute en detalle las propuestas de Eudoxo, Calipo y Aristóteles. En fin, los dos primeros párrafos del Commentariolus..

Primera Parte

Nociones básicas de astronomía clásica

Como toda construcción científica, la astronomía clásica tiene dos dimensiones, a saber, la construcción teórica y la base empírica. Estas deben ser integradas para lograr su objetivo, que es la explicación del movimiento aparente de los planetas.

Dentro de la dimensión teórica destacan los principios básicos o supuestos.

1.1. Supuestos teóricos o AXIOMAS

Axioma 1 o de la circularidad y la uniformidad del movimiento planetario, que es propio de la astronomía clásica.

Axioma 2 o de la heterogeneidad del cosmos, que está tomado de la cosmología.

De manera más exacta se debe establecer que el *Axioma 1* puede tomar dos formas, a saber, una fuerte y otra débil.

Axioma 1 (S): El movimiento planetario *es* circular y uniforme.

Axioma 1 (W): El movimiento planetario aparente se debe *explicar* mediante la combinación de movimientos circulares y uniformes.

Ahora bien, lo más importante es que de tales formas de expresarse el *Axioma 1* se sigue que la versión fuerte, *Axioma 1 (S)* implica que *una sola* construcción teórica, círculo, esfera o capa es necesaria y suficiente para explicar el movimiento de cada planeta. (Véase Platón, *Republica*, X, 616-7. Modelo cosmológico del mito de Er). Mientras que la versión débil, *Axioma 1 (W)*, posibilita una pluralidad de construcciones teóricas que, por combinación, explican el movimiento aparente del planeta. (Véase Eudoxo y su astronomía a partir del sistema de esferas concéntricas).

Igualmente se debe notar que la versión fuerte supone una directa correlación entre lo que es el movimiento planetario y su explicación. En consecuencia, la explicación, esto es, la construcción teórica, describe fielmente la realidad. Explicación y ontología se abrazan fuertemente. Por otra parte, la versión débil permite distinguir entre la explicación, el modelo astronómico, y la realidad en sí del movimiento planetario. Dicha separación resulta sumamente fecunda en tanto permite una mayor libertad teórica, aunque ciertamente contiene la simiente de un instrumentalismo que llega a olvidar la realidad y se contenta con la predictibilidad -considérense como caso extremo las tesis de la carta-prefacio de Osiander al de *Revolutionibus Orbium Coelestium*-.

Aunque la versión débil fue la utilizada en la gran mayoría de los sistemas astronómicos desde el período griego, siempre estuvo presente la cuestión de mantener un cierto ligamen con la realidad, como veremos más adelante.

El *Axioma 2*, de la heterogeneidad del cosmos, establece la diferenciación del cosmos en dos regiones cualitativamente distintas, la celeste y la terrestre. Regiones diferentes en constitución, apariencia, comportamiento y movimiento, por una parte; en las leyes físicas vigentes, por la otra. Así los planetas se consideran como "perfectos", "inmutables", "etéreos", y moviéndose únicamente en "círculos y de manera uniforme". Como lo expresa Copérnico, "...nuestros antepasados con-

sideraron absurdo que un cuerpo celeste, que es una esfera perfecta, no se mueva siempre de modo uniforme" (Comm. p. 1). En cambio, el mundo terrestre, este que nos rodea, es el reino de lo cambiante, de lo imperfecto, de la generación y la corrupción, de los movimientos naturales rectilíneos finitos hacia o desde el centro, de los compuestos de los cuatro elementos. Región de lo imperfecto que se inicia en las cercanías de la esfera lunar y que se extiende hasta el centro de la tierra, el cual también lo es del cosmos.

En resumen, la heterogeneidad del cosmos implica un cosmos finito dividido en dos regiones; un cosmos esférico cuya periferia está dada por el cielo estrellado y su centro ocupado por la tierra con sus masas sólidas, acuosas, atmosféricas e ígneas; un cosmos dividido en dos regiones cuya frontera pasa por el camino recorrido por la Luna, la esfera lunar en terminología aristotélica; un cosmos que define un abajo y un arriba, este último es el ámbito del movimiento circular y uniforme de los planetas. Este movimiento circular y uniforme de los planetas es, a su vez, la clave para comprender su eternidad.

1.2. Base empírica

Para los efectos del presente comentario, el "movimiento aparente de los planetas" puede desglosarse en cinco aspectos fundamentales, o rasgos fenoménicos básicos, tomados del registro de "lo que se ve", y que se presentan a continuación con sus correspondientes claves.

EB1: El movimiento diurno del cielo estrellado.

EB 2: El movimiento directo de los planetas.

EB3: El movimiento retrógrado o de rizo.

EB4: El cambio de brillo de planetas.

EB5: El subgrupo celeste conformado por Mercurio, Venus y el Sol.

EB1 o movimiento diurno se refiere a la rotación del cielo estrellado, alrededor del observador, de este a oeste cada 24 horas, tanto de las estrellas fijas como de las estrellas errantes o planetas.

EB2 o movimiento directo, anual, remite al movimiento del planeta a través del zodiaco, que completa una vuelta alrededor del mismo observador, de oeste a este en un determinado tiempo, por ejemplo, el Sol en un año y Júpiter en 12. Fenoménicamente se presenta como un retraso respecto a las constelaciones zodiacales.

EB3 o movimiento de retrogradación. Al registrarse el movimiento del planeta con mayor frecuencia, resulta evidente que su movimiento no es constante en la misma dirección, sino que en ciertas ocasiones se devuelve, parece detenerse, avanzar en sentido contrario a su traslación directa para finalmente retornar a su dirección inicial y continuar con su movimiento propio de traslación o movimiento directo. Fenoménicamente el planeta presenta en su movimiento rizos o bucles.

EB4. Algunos planetas, como es el caso de Venus, cambian de brillo en distintos momentos de su viaje alrededor del observador.

EB5. Mercurio, Venus y el Sol parecen moverse en los cielos conformando un grupo particular, claramente distinguible de los restantes cuerpos celestes errantes. Completan su revolución alrededor del observador en el mismo tiempo (un año solar) y, aunque Venus y Mercurio precedan o sigan al astro rey, nunca aparecen totalmente alejados de él o sea en oposición.

1.3. Interrelación entre axiomas y base empírica

Ahora bien, como se señaló antes, las dimensiones teóricas y empíricas deben integrarse. Y esto se encuentra ejemplificado en la *interpretación* tradicional de los rasgos fenoménicos EB3 y EB4.

Los bucles del movimiento retrógrado simplemente contradicen la circularidad y la uniformidad del movimiento planetario establecida por el Axioma 1. Empero el Axioma 2 la requiere para mantener la perfección del movimiento planetario resultante de la perfección del planeta mismo. Por tanto, no se abandona el Axioma de la circularidad, sino que debe *darse razón* de tales *perturbaciones* mediante alguna construcción derivada de la circularidad y uniformidad. Así el rasgo fenoménico es moldeado por el principio teórico y se impone el principio cosmológico de la perfección de lo celeste. El movimiento retrógrado se mantendrá como elemento explicativo clave de los diferentes modelos astronómicos y como criterio para su escogencia.

Igualmente, la interpretación del cambio de brillo ofrece otra instancia de la relación entre los principios teóricos, por una parte, y de ellos y los datos fenoménicos por otra. Con toda naturalidad el cambio de brillo se puede interpretar como el

resultado de un cambio en la distancia que separa al planeta del observador, esto es, la Tierra. Ciertamente, una explicación alterna es el suponer que el planeta ha alterado su tamaño (o su luminosidad) y que por ello se presenta con mayor o menor brillo, pero manteniendo siempre la misma distancia. Una tal interpretación mantiene incólume la circularidad del movimiento. No obstante, ella implica que el planeta está sujeto al cambio y contradice el contenido cosmológico del Axioma 2. En consecuencia, dicha interpretación resulta totalmente inaceptable. Se hace necesario dar razón de tal *perturbación* de la circularidad, radio cambiante respecto del observador, mediante alguna construcción teórica a partir del Axioma 1. El no hacerlo así llega a ser motivo del abandono de un modelo: por ejemplo, el caso de Eudoxo y Calipo, como se afirma explícitamente en el texto copernicano (Comm, p. 2), y como se verá más adelante.

1.4. Copérnico y el principio de regularidad

En el primer párrafo del *Commentariolus*, Copérnico asume las dos dimensiones de la astronomía consideradas arriba. Así, su objeto fundamental es explicar el movimiento aparente de los planetas, y ello remite a la base empírica. La explicación debe hacerse en virtud del principio de regularidad copernicano que es equivalente al requisito de la circularidad y la uniformidad, esto es, el Axioma 1, pero tomado en su versión débil, puesto que se dice, "nuestros antepasados emplearon gran número de esferas" y aún más claramente, (ellos) "observaron que conectando y combinando, de diversos modos, movimientos regulares, podían hacer que cualquier cuerpo pareciera moverse hacia cualquier posición". Asimismo se reconoce el Axioma 2, en cuanto se acepta que los antepasados, los astrónomos griegos, "...consideraron absurdo que un cuerpo celeste, que es una esfera perfecta, no se mueva siempre de modo uniforme".

Se puede resumir toda esta cuestión proponiendo el siguiente corolario.

Corolario 1. De la función de la astronomía

Explicar el movimiento aparente de los planetas mediante la combinación de movimientos circulares y uniformes.

1.5. Platón y su programa de investigación

Antes de continuar con el modelo astronómico de Eudoxo, primer gran momento de madurez de la astronomía griega, y puesto que se ha hecho referencia al modelo cosmológico del mito de Er, como instancia de la versión fuerte del Axioma 1, se deben considerar brevemente algunos aspectos del pensamiento platónico.

Una tradición dice que el papel de Platón en el desarrollo de la astronomía -y también de la ciencia fáctica en general- fue completamente negativo. Como principal evidencia se señala su énfasis en el carácter a priori, puramente geométrico, de la tarea astronómica que puede rastrearse hasta su concepción de la astronomía en *La República*, VII, y que se suele sintetizar con el principio metodológico: no perdáis el tiempo contemplando los cielos, haced geometría.

Por su importancia y para una mejor comprensión de la tesis platónica, y a pesar de su extensión, se cita el texto completo del diálogo entre Sócrates y Glaucón. Anteriormente el último había justificado el colocar a la astronomía en el tercer lugar del programa de formación educativa en virtud de sus repercusiones prácticas en la navegación, agricultura y el arte de la guerra. Sócrates, por su parte, no sólo rechazó la justificación pragmática, sino que estableció la necesidad de colocar en tercer lugar la ciencia geométrica de los sólidos, estereometría, aunque ella no había sido aún inventada. En consecuencia, Glaucón propone una justificación no pragmática para la astronomía colocada ahora en el cuarto lugar del dicho programa educativo.

"-Es natural- dijo él-. Pero como hace poco me reprendías, oh Sócrates!, por alabar la astronomía en forma demasiado cargante, ahora lo voy a hacer desde el punto de vista en que tú la tratas. En efecto, me parece evidente para todos que ella obliga al alma a mirar hacia arriba y la lleva de las cosas de aquí a las de allá.

-Quizá- contesté- sea evidente para todos, pero no para mí. Porque yo no creo lo mismo.

-¿Pues qué crees? - dijo.

-Que, tal como la tratan hoy los que quieren elevarnos hasta su filosofía, lo que hace es obligar a mirar muy hacia abajo.

-¿Cómo dices?- preguntó.

-Que no es de mezquina de lo que peca, según yo creo - dije-, la idea que te formas sobre lo que es la disciplina referente a lo de arriba. Supongamos que una persona observara algo al contemplar, mirando hacia arriba, la decoración de un techo; tú pareces creer que este hombre contempla con la inteligencia y no con los ojos. Quizá seas tú el que juzgues rectamente, y estúpidamente yo; pero por mi parte, no puedo creer

que exista otra ciencia que haga al alma mirar hacia arriba sino aquella que versa sobre lo existente e invisible; pero cuando es una de las cosas sensibles la que intenta conocer una persona, yo afirmo que, tanto si mira hacia arriba con la boca abierta como hacia abajo con ella cerrada, jamás lo conocerá, porque ninguna de esas cosas es objeto de conocimiento, y que su alma no mirará hacia lo alto, sino hacia abajo, ni aún en el caso de que intente aprenderlas nadando boca arriba por la tierra o por el mar.

XI -Lo tengo bien merecido -dijo-; con razón me reprendes. Pero de qué manera, distinta de la usual, decías que era menester aprender la astronomía para que su conocimiento fuera útil con respecto a lo que decimos?

-Del modo siguiente -dije yo-: de estas traserías con que está bordado el cielo hay que pensar que son, es cierto, lo más bello y perfecto que existe en su género; pero también que, por estar labradas en materia visible, desmerecen en mucho de sus contrapartidas verdaderas, es decir, de los movimientos con que, en relación la una con la otra y según el verdadero número y todas las verdaderas figuras, se mueven, moviendo a su vez lo que hay en ellas, la rapidez en sí y la lentitud en sí; movimientos que son perceptibles para la razón y el pensamiento, pero no para la vista. ¿O acaso crees otra cosa?

-En modo alguno- dijo.

-Pues bien -dijo-, debemos servimos de ese cielo recamado como de un ejemplo que nos facilite la comprensión de aquellas cosas, del mismo modo que si nos hubiésemos encontrado con unos dibujos exquisitamente trazados y trabajados por mano de Dédalo o de algún otro artista o pintor. En efecto, me figuro yo que cualquiera que entendiése de geometría reconocería, al ver una tal obra, que no la había mejor en cuanto a ejecución; pero consideraría absurdo el ponerse a estudiarla en serio con idea de encontrar en ella la verdad acerca de lo igual o de lo doble o de cualquier otra proporción.

-¿Cómo no va a ser absurdo?- dijo.

-Pues bien, al que sea realmente astrónomo -dije yo-, ¿no crees que le ocurrirá lo mismo cuando mire a los movimientos de los astros? ¿Considerará, en efecto, que el artefacto del cielo ha reunido, en él y en lo que hay en él, mayor belleza que es posible reunir en semejantes obras; pero en cuanto a la proporción de la noche con respecto al día y de estos con respecto al mes y del mes con respecto al año y de los demás astros relacionados entre sí y con aquellos, no crees que tendrá por un ser extraño a quien opine que estas cosas ocurren siempre del mismo modo y que, aún teniendo cuerpos y siendo visibles, no varían jamás en lo más mínimo, e intente por todos los medios buscar la verdad sobre ello?

-Tal es mi opinión -contestó-, ahora que te lo oigo decir.

-Entonces- -dijo yo- practicaremos la astronomía del mismo modo que la geometría, valiéndonos de problemas, y dejaremos las cosas del cielo, si es que queremos tornar de inútil en útil, por medio de un verdadero trato con la astronomía, aquello que de inteligente hay por naturaleza en el alma.

-Verdaderamente -dijo-, impones una tarea muchas veces mayor que la que ahora realizan los astrónomos" (*República*, VII, 527d-530c)

Se tiene, pues, que los elementos que fundamentan la interpretación tradicional del pensamiento de Platón son los siguientes:

a. El conocimiento sensorial no es fuente de ciencia; esto es, no es fuente de conocimiento con

certeza o epistémico en el plano de la astronomía, como tampoco lo es en el de la ciencia física en general.

b. El verdadero objeto de la astronomía es "esa belleza verdadera", la realidad misma, "que produce la velocidad y la lentitud características..., según el verdadero número, y según todas las características en las figuras que se mueven a sí mismas y mueven lo que hay en ellas...", esto es, la estructura matemática y el principio de automovimiento. Esta realidad es accesible solamente a la razón y al pensamiento, nunca a la vista.

c. El verdadero rasgo de la realidad astronómica es la permanencia, la constancia del movimiento circular y uniforme, no la variedad ni los cambios de los aspectos fenoménicos y sus relaciones. Sin embargo, esta permanencia es sólo accesible a la razón.

d. Por tanto, así como no se hace geometría a partir de los diseños de los artesanos, pues no se cree hallar en ellos la esencia de las relaciones matemáticas, no se buscará en el mero espectáculo o datos fenoménicos, la verdadera fuente de la ciencia astronómica, sino en la construcción geométrica misma, en el modelo racional.

e. Consecuentemente, debe olvidarse el espectáculo sensorial y hacerse geometría.

Así, el programa de investigación platónico en astronomía, no sólo desprecia la dimensión empírica, sino que al centrarlo todo en el aspecto teórico -apriorismo a ultranza-, se desliga de la realidad fáctica. No obstante, ciencia sin sustento empírico es, en el mejor de los casos, simple fantasía, y en el peor, dogmatismo basado en prejuicios racionales.

Sin embargo, es posible mostrar contraejemplos que debilitan totalmente dicha interpretación tradicional. Considérese, por ejemplo, el siguiente texto:

"Con todo, describir los coros de danza de esos astros, hacer conocer sus situaciones de vecindad cerca del horizonte cuando sus trayectorias se vuelven sobre sí mismas o bien cuando se adelantan las unas a las otras, mostrar cuáles son, en las conjunciones y oposiciones, los astros que se sitúan cara a cara de otros y los que se sitúan en la parte opuesta, y cuáles de entre ellos pasan delante de los otros y pueden así quedar escondidos, y en qué tiempos, luego de aparecérsenos de nuevo; pueden así espantar a las gentes o instruir las acerca de los sucesos que van a ocurrir, sería trabajo impropio e inútil intentar exponerlo, si no se hacía ver al mismo tiempo la existencia de algunos modelos contruidos a imitación de estos fenómenos". (Platón, *Timeo*, 40 c-d).

Se nota claramente, que el texto está lleno de referencias a la astronomía observacional, y por ende, no responde a la actitud de *dar las espaldas a los cielos*. Por el contrario, en él se establece muy fecunda relación entre una serie de aspectos empíricos y la construcción de modelos teóricos. Por una parte, es inútil la simple enumeración de aspectos fenoménicos. Por la otra, el modelo debe ser a imitación, o una representación visible, de tales rasgos fenoménicos. Así, ni la simple recolección de información ni la simple actividad creativa de la imaginación se adecúa al propósito implícito en el texto:

Por todo lo anterior, es claro que debe ahondarse el significado del programa platónico en *La República*, VII considerarse otras posibilidades interpretativas. Véase:

Primero: en el contexto de la epistemología del mito de la caverna cierto es que el conocimiento sensorial no proporciona *episteme*. Pero ello no es obstáculo para que se convierta en peldaño hacia ese otro conocimiento racional de lo ideal que sí es epistémico. No hay que olvidar que los hombres empiezan su aventura cognoscitiva en el fondo de la caverna; pues no se puede iniciar en el mundo de la luz, que es lo ideal puro. Así, el conocimiento sensorial, aunque perteneciente a la penumbra, contiene el germen que posibilita la luminosidad de la *episteme* de lo ideal. Luego el hombre debe olvidarse de las cosas del cielo después de haber partido de ellas.

Segundo: la propuesta de Platón podría ser detener la investigación puramente empírica, la acumulación de datos, hasta que se posea un modelo teórico que ponga orden en dicho material, es decir, que sirva de base para la comprensión racional de lo acumulado empíricamente. Pues no debe olvidarse que los griegos heredaron una enorme cantidad de información astronómica de las culturas orientales antiguas, como la egipcia, frente a la que se sentían como niños. Platón podría tener conciencia de que se conocía demasiado material de detalle, pero que se carecía de una interpretación racional del mismo. Su mensaje en *La República* implicaría el menospreciar la simple acumulación de información en favor de una tarea de interpretación teórica, para clarificar lo heredado. Luego de obtenido el modelo teórico -la comprensión racional- no se requiere que siga obviándose la consideración de las "cosas del cielo". Esta propuesta interpretativa es bastante racional, en virtud de las circunstancias.

Cierto es que no hay evidencia textual que corrobore una tal interpretación, pero considérese como interesante la propuesta de Heisenberg para que los físicos se consagraran a la explicación racional, a la formulación de una teoría general de las partículas elementales, y dejaran de acumular simplemente nuevas partículas. Según el físico cuántico se requería poner orden, esto es, marco teórico, en un campo de la física que privilegiaba, cada vez más, la acumulación de datos. Es cierto que la propuesta de Heisenberg atrajo severas críticas y la acusación de ser un abanderado de la negación de la investigación científica. Pero, cuando se logró la comprensión teórica de las partículas elementales se constató la importancia del enfoque teórico y el esfuerzo pagó con grandes dividendos.

Resta señalar cómo en dos modelos platónicos del movimiento planetario, están presentes aspectos observacionales junto a construcciones geométrico-míticas. Considérese el primero en algún detalle.

1.5.1. *El modelo platónico del mito de Er y el axioma 1(s)*

En este caso, el texto por considerar lleva al cierre de *La República*, específicamente al último de sus libros, el décimo, y al mito escatológico de Er el armenio. El modelo cosmológico-planetario es realmente una breve digresión dentro de una construcción mítica de intención completamente distinta. Y sin embargo, contiene suficiente información fáctica y elementos teórico que justifican su análisis y reproducción completa.

"...Y después de pasar siete días en la pradera, cada uno tenía que levantar el campo en el octavo y ponerse en marcha; y otros cuatro días después llegaban a un paraje desde cuya altura podían dominar la luz extendida a través del cielo y de la tierra, luz recta como una columna y semejante, más que a ninguna otra, a la del arco iris, bien que más brillante y más pura. Llegaban a ella en un día de jornada, y allí, en la mitad de la luz, vieron, tendidos desde el cielo, los extremos de las cadenas, porque esta luz encadenaba el cielo, sujetando toda su esfera como las ligaduras de las triremes. Y desde los extremos vieron tendido el huso de la Necesidad, merced al cual giran todas las esferas. Su vara y su gancho eran de acero, y la tortera, de una mezcla de esta y otras materias. Y la naturaleza de esa tortera era la siguiente: su forma, como las de aquí, pero, según lo que dijo, había que concebirla a la manera de una tortera vacía y enteramente hueca en la que se hubiese

embutido otra semejante más pequeña, como las cajas cuando se ajustan unas dentro de otras; y así una tercera y una cuarta y otras cuatro más. Ocho eran, en efecto, las torteras en total, metidas unas en otras, y mostraban arriba sus bordes como círculos, formando la superficie continua de una sola tortera alrededor de la vara que atravesaba de parte a parte el centro de la octava. La tortera primera y exterior tenía más ancho que el de las otras su borde circular; seguía en anchura el de la sexta; el tercero era el de la cuarta; el cuarto, el de la octava; el quinto, el de la séptima; el sexto, el de la quinta; el séptimo, el de la tercera, y el octavo, el de la segunda. El borde de la tortera mayor era también el más estrellado; el de la séptima, el más brillante; el de la octava recibía su color del brillo que le daba el de la séptima; los de la segunda y la quinta eran semejantes entre sí y más amarillentos que los otros; el tercero era el más blanco de color; el cuarto, rojizo, y el sexto tenía el segundo lugar por su blancura. El huso todo daba vueltas con movimiento uniforme, y en ese todo que así giraba los siete círculos más interiores daban vueltas a su vez, lentamente y en sentido contrario al conjunto; de ellos el que llevaba más velocidad era el octavo; seguíanle el séptimo, el sexto y el quinto, los tres a una; el cuarto les parecía que era el tercero en la velocidad de ese movimiento retrógrado; el tercero, el cuarto y el segundo, el quinto. El huso mismo giraba en la falda de la Necesidad, y encima de cada uno de los círculos iba una Sirena que daba también vueltas y lanzaba una voz siempre del mismo tono; y de todas las voces, que eran ocho, se formaba un acorde. Había otras tres mujeres sentadas en un círculo, cada una en un trono y a distancias iguales; eran las Parcas, hijas de la Necesidad, vestidas de blanco y con ínfulas en la cabeza; Láquesis, Cloto y Atropo. Cantaban al son de las Sirenas: Láquesis, las cosas pasadas; Cloto, las presentes, y Atropo, las futuras. Cloto, puesta la mano derecha en el huso ayudaba de tiempo en tiempo el giro del círculo exterior; mismo modo hacía girar Atropo los círculos interiores con su izquierda y Láquesis, aplicando ya la derecha, ya la izquierda, hacía otro tanto, alternativamente, con el uno y los otros de estos círculos" (Platón, *La República*, X, 616-7):

Como rasgos básicos del modelo se tiene: Geocentrismo -una "capa" para cada planeta y una para las "estrellas fijas", constituyendo un todo, trompo o tortera, de ocho capas metidas las unas en las otras, siendo la primera o exterior la de las estrellas fijas o firmamento, la octava o más interior la de la luna; y entre ellas las de Saturno, Jupiter, Marte, Mercurio, Venus y el Sol, es decir, de la capa segunda a la séptima. Todas las capas tienen como eje el huso de la Necesidad, pero la capa exterior se mueve de este a oeste, mientras que las siete interiores se mueven de oeste a este, para dar razón de EB1 y EB2. No obstante no se explica que un planeta participe simultáneamente del movimiento diurno y del anual. Se toman en consideración las distintas velocidades angulares de los planetas y se reconoce que Venus, Mercurio y el Sol tomen el mismo tiempo para completar su viaje alrededor del observador; este es uno de los elementos del rasgo fenoménico

EB5. Se ofrece información acerca de la apariencia de los cuerpos celeste, el color, y se establece el carácter opaco de la Luna y su luminosidad como reflejo de la luz del Sol.

El modelo no ofrece explicación de EB3 y EB4. No se introduce la inclinación de la eclíptica ni su diferenciación del ecuador celeste. Lo primero se desprende del empleo de sólo una construcción teórica para cada planeta, una capa. Dicha capa y su "círculo" representativo no puede explicar perturbaciones de la circularidad, como por ejemplo los rizos de la retrogradación. Su debilidad radica en la aplicación de la versión fuerte del Axioma 1, y su estricta identificación entre la unicidad del movimiento real planetario y la capa o círculo. Empero, no se puede tomar como simple creación racional pues lo empírico está presente, aunque ni completa ni adecuadamente explicado. Así el modelo es falso por inadecuación, no por simple defecto lógico.

Y lo que es más interesante, algunas de estas inadecuaciones son superadas en otro modelo planetario, lo que corrobora nuestra interpretación.

1.5.2. En efecto, en el modelo planetario de su obra cosmológica por excelencia, el *Timeo*, Platón ofrece una construcción no sólo más completa y adecuada, sino construida de acuerdo con el principio de la combinación de movimientos circulares y uniformes; esto es la versión débil del Axioma 1. Al desarrollar la doctrina del Alma del Mundo, Platón emplea la *combinación* de los movimientos circulares y uniformes de lo *Mismo* y lo *Diferente*, que se dan en diferentes direcciones, velocidades y planos -el primero hacia el oeste en el plano del ecuador celeste, y el segundo más lento hacia el este en el plano de la eclíptica, para explicar o producir el movimiento aparente del Sol, en particular, y en principio para todos los planetas. Se obtienen como resultado las "espirales" platónicas. El movimiento de lo *Mismo* básicamente responde a EB1, mientras que el movimiento de lo *Diferente* lo hace a EB2. Pero lo importante radica en que esta estrategia ejemplifica la combinación de movimientos como clave explicativa, y en consecuencia, ya no se emplea una única construcción teórica representativa de un movimiento circular y uniforme, sino una *combinación* de *dos* movimientos circulares y uniformes.

Sin entrar en detalles puesto que los textos son bastante oscuros y serán tratados en otra ocasión,

se indicará que el modelo procura dar razón de EB3 y EB5, aunque no es tan clara su aplicabilidad a EB4. Empero, la explicación platónica en estos puntos requiere de un tercer factor, el automovimiento de los planetas que por ser perfectos poseen alma. Pero esto lleva más allá del presente problema.

1.5.3. El reto platónico

Otra tradición cuenta que Platón propuso como programa propio de investigación para la astronomía, el obtener el "*sistema de movimientos uniformes y regulares que debemos suponer para conservar las apariencias (sozein ta phainomena) comprobadas en el movimiento de los planetas*" (Véase Simplicio, en *De caelo*, 488, 21-4). Esta propuesta -más bien reto- a los astrónomos, va a condicionar toda la evolución posterior de la astronomía, pues, como es obvio por todo lo establecido antes, la propuesta de Platón equivale a la denominada interpretación débil del Axioma 1.

La misma tradición establece que fue Eudoxo de Cnido el primero en responder al reto. Su solución inicia el verdadero desarrollo de la astronomía racional griega. Ella consiste en el modelo de las esferas concéntricas u homocéntricas que se estudiará seguidamente. Pero como Platón empleó una versión débil del Axioma 1 en el *Timeo*, se abre una muy interesante cuestión histórica, a saber, si Eudoxo tomó la propuesta platónica y la plasmó en un sistema concreto como respuesta al reto que, a su vez, supone un desenvolvimiento conceptual en el enfoque de Platón, o si éste "estando a la altura de los tiempos" en cuestiones de astronomía técnica utilizó una versión simple de la solución de Eudoxo. Lo primero puesto que Eudoxo perteneció por un tiempo a la Academia. Lo segundo, pues la redacción del *Timeo* remite a un período tardío de la obra de Platón. En otros términos, si la propuesta platónica emergió de su consideración de la cuestión planetaria en distintos niveles de profundidad, cuyo máximo acercamiento es el movimiento compuesto del *Timeo*, o si Platón asume la solución técnica de Eudoxo -el más connotado matemático astrónomo del período- la simplifica hasta bordear su desmejoramiento total, y luego la tradición encubre todo el asunto con un aire dramático. Es nuestra opinión que la segunda interpretación es la más plausible.

Segunda Parte

Soluciones ortodoxas al problema astronómico

2.1. Eudoxo y el sistema de esferas homocéntricas

En la solución al problema planetario propuesta por Eudoxo de Cnido (c 408-c 355), para explicar el movimiento aparente de cada planeta, se asumen varias esferas, matemáticas y no físicas, que con un mismo centro (la Tierra) se mueven con diferentes velocidades y sentidos, y en distintos ejes de rotación, tienen la función de dar razón de los distintos rasgos fenoménicos y mantienen el principio explicativo de la circularidad y la uniformidad. El modelo no describe la realidad del movimiento. Ofrece un instrumento para la comprensión, por representación o reproducción del fenómeno. No hay explicación del movimiento de las esferas; se las supone en movimientos y ello es suficiente.

Para una mejor inteligencia, debe examinarse uno de los casos explicativos. Para el Sol se propone un conjunto de *tres* esferas, cada una con su movimiento particular, pero que, al combinarse desde la perspectiva del observador en la Tierra, reproducen el movimiento aparente. En este conjunto, la esfera exterior representa el factor del movimiento diurno EB1, la intermedia el movimiento anual EB2, y la tercera, el movimiento de elevación y descenso que marca las estaciones. Además, esta última "arrastra" al cuerpo celeste. Así, aunque la combinación o composición de los tres movimientos reproduce el movimiento aparente del Sol que perturba la circularidad, la explicación toda respeta el requisito de la circularidad y uniformidad.

Igualmente se utiliza un conjunto de tres esferas para explicar el movimiento de la Luna. Sin embargo, para los restantes planetas, la necesidad de dar cuenta de la retrogradación obligó a agregar otra esfera, que colocada en tercer lugar, en conjunción con la cuarta y más interior reproducía el dato fenoménico EB3. El resultado de la combinación de los movimientos de la tercera y cuarta esfera es la hipopede de Eudoxo, una lemniscata esférica que tiene la forma de ∞ y arrastrada por la segunda esfera permite entender la retrogradación. En consecuencia, el modelo de Eudoxo es capaz de salvar la mayor parte de las *aparien-*

cias básicas del fenómeno planetario, a saber, EB1, EB2 y EB3.

Puesto que no hay una explicación total del conjunto de los movimientos de los planetas, sino que la explicación es simplemente particular y adecuada para cada planeta, EB5 queda sin explicar. No obstante, ello no es un problema crucial sino una omisión motivada por el enfoque general. Se resuelve fácilmente con sólo establecer que las segundas esferas de los tres planetas comparten el mismo factor, a saber, tiempo de traslación alrededor del observador, lo que de hecho ya está considerado en cada explicación particular, más la adición de esferas para Mercurio y Venus que explican su movimiento adelante y atrás del Sol.

Una dificultad mucho más importante y crucial surge de la suposición de que cada planeta, en su correspondiente conjunto de esferas, está colocado sobre la esfera más interior. Por consiguiente el planeta mismo debe ser equidistante del centro, es decir la Tierra, y no puede alterar su distancia a dicho centro, resultando que EB4 es un dato inexplicable de acuerdo con el modelo de Eudoxo.

En sentido lógico el modelo es refutado por el ascenso y descenso de los planetas, como lo establece Copérnico en el *Commentariolus* cuando expresa, "y este hecho es incompatible con el principio de la concentricidad". Lo que se puede ver mediante el siguiente razonamiento: si el modelo de Eudoxo es correcto, el planeta -colocado en la última esfera- debe ser equidistante del centro. Pero el planeta varía su distancia (EB4). Luego, el modelo de Eudoxo no es correcto.

Ahora bien, y como se señaló antes, si EB4 se interpreta como cambio en el planeta mismo, ya sea cambio de tamaño o sea cambio de luminosidad, y no como se hacía tradicionalmente -cambio de distancia-, la equidistancia se mantiene y el modelo resulta incólume. Sin embargo, ello supone el cuestionamiento del Axioma 2, desde un problema astronómico que resulta inaceptable y contrario a la jerarquía de principios teóricos de la Astronomía Clásica.

2.2. El siguiente eslabón en esta cadena de desarrollo teórico está a cargo de Calipo de Cícico (c. 370-300), que fue discípulo de Eudoxo y Polemarco, y que viajó en compañía del segundo a Atenas, para discutir el sistema eudoxiano en el seno de la escuela aristotélica.

Allí, alrededor del 335, Calipo mejora el modelo de Eudoxo para adecuarlo a los datos

empíricos, que se acumulaban con gran rapidez, especialmente en el caso del Sol -cambios de longitud con el paso de las estaciones y la desigualdad de las mismas-, con lo que se reconoce las anteriores observaciones de Metón y Euctemón pero también sus más exactas observaciones de las diferencias de duración de los intervalos entre los solsticios y equinoccios, de la Luna, de los planetas Mercurio, Venus y Marte en sus retrogradaciones. Esta mejora del modelo la logra aumentando, en el mejor espíritu eudoxiano, el número de esferas empleadas para explicar el movimiento de dichos cuerpos celestes. Es decir, aumentando cada conjunto en el número necesario para salvar las apariencias. Así, para el Sol y la Luna, Calipo agrega dos esferas al número empleado por Eudoxo elevándolo a cinco. Para Mercurio, Venus y Marte agrega una esfera elevándolo igualmente a cinco. Finalmente, deja intactos los conjuntos propuestos para Júpiter y Saturno. De esta forma el modelo del concentrismo obtiene su máximo esplendor y como construcción matemática no será mejorado.

Sin embargo, como lo único que realmente se ha hecho es complicar la explicación, aumentando el número de esferas para la mayor parte de los cuerpos celestes, las dificultades del modelo siguen siendo las mismas, por lo que la astronomía griega buscará otros derroteros.

Pero antes, y al mismo tiempo que se ofrece una de las dos fuentes textuales del sistema que se considera, se dará un breve vistazo a una construcción cosmológica elaborada a partir del concentrismo.

2.3. Aristóteles: cosmología e interpretación física de las esferas homocéntricas

"Pues bien, Eudoxo puso la traslación del Sol y de la Luna cada una en tres esferas, la primera de las cuales era la de los astros fijos; la segunda, la que sigue el círculo que pasa por medio del Zodíaco, y la tercera la que sigue un círculo oblicuo a lo ancho del Zodíaco (y la oblicuidad del círculo en que gira la Luna alcanza una latitud mayor que la del que sigue el Sol); y puso la de los planetas en cuatro esferas la de cada uno, y dijo que la primera y la segunda de estas es la misma que aquellas (pues la de los astros fijos es la que las mueve a todas, y la que está situada bajo ella y tiene su traslación por medio del Zodíaco es común a todos), mientras que los polos de todos los de la tercera están en el círculo que pasa por medio del Zodíaco, y la traslación de la cuarta sigue el círculo oblicuo en relación con el medio de la tercera; y que los polos de la tercera esfera son distintos para cada uno de los demás, pero los de Venus y Mercurio son los mismos.

"Calipo, por su parte, coincide con Eudoxo en cuanto a la posición de las esferas, es decir, en cuanto al orden de sus distancias; en cuanto a su número, señaló para Júpiter y Saturno el mismo que aquel, pero creía que para el Sol y la Luna había que añadir aún dos esferas, a fin de poder explicar los fenómenos, y, para los restantes planetas, una para cada uno. Pero es necesario, para que todas juntas puedan explicar los fenómenos, que por cada uno de los planetas haya otras esferas, en igual número menos una, que giren en sentido inverso, y restablezcan siempre en su posición la primera esfera del astro colocado debajo; pues sólo así es posible que la totalidad produzca la traslación de los planetas. Así, pues, teniendo en cuenta que las esferas en que estos se mueven son, por una parte ocho, y, por otra veinticinco, y que las únicas de estas que no es preciso que giren en sentido inverso son aquellas en que se mueve el planeta situado en el punto más bajo, las que hacen que giren en sentido inverso las de los dos primeros serán seis, y las que causan ese movimiento a las de los cuatro siguientes dieciséis. Y el número de todas, de las que mueven y de las que hacen girar a estas en sentido inverso, cincuenta y cinco. Pero, si no se añaden al Sol y a la Luna los movimientos que hemos dicho, el número total de las esferas será cuarenta y siete. Así, pues, sea este el número de las esferas". (Aristóteles, *Metafísica*, XII, 8, 1073B - 1074 A).

Como se estableció antes, los modelos de Eudoxo y Calipo son, además de simples construcciones matemáticas, meras sumatorias de las explicaciones particulares del movimiento aparente de cada planeta. Por tanto, y como quedará patente en el sumario numérico de la próxima sección, hay dos diferencias fundamentales entre aquellos y el sistema aristotélico, a saber, este último es un modelo físico y es un sistema total.

Aristóteles supone la existencia física de las esferas celestes. Estas dejan de ser entidades matemáticas -a lo sumo existiendo idealmente-, para convertirse en entidades físicas, materiales, hechas de éter, el elemento propio de la región celeste. En consecuencia, las esferas planetarias son entidades cristalinas, tridimensionales y móviles con movimiento natural circular y uniforme en torno a su centro único, la Tierra. En cierto sentido, volvemos a la imagen platónica del mito de Er., pero ahora mucho más adecuada y como simple interpretación física de las esferas concéntricas de Eudoxo y Calipo.

El Estagirita es rotundo al requerir del modelo no la mera suma de explicaciones disconexas, sino una construcción física total que incluya la razón de ser de todos los movimientos planetarios. Considérese nuevamente sus palabras: "...Pero es necesario, para que todas juntas (las esferas de Calipo) puedan explicar los fenómenos, que (referencia a las esferas compensatorias);

pues sólo así es posible que la totalidad produzca el movimiento de los planetas". Aristóteles insiste en que la "totalidad" produzca el movimiento planetario; no la totalidad de cada conjunto de esferas como en el modelo eudoxiano, sino la totalidad de tales conjuntos. En otros términos, no se acepta la simple sumatoria de explicaciones parciales. Se exige una explicación unitaria y total.

Ahora bien, estas dos características del sistema aristotélico plantean nuevos requisitos teóricos totalmente ausentes de los modelos puramente matemáticos. Entre ellos se destacan la necesidad de establecer la fuente del movimiento de las esferas, y la cuestión de la transmisión de dicho movimiento desde un conjunto de esferas a otro. Lo primero es consecuencia de la condición básica de la dinámica aristotélica que requiere que todo movimiento tenga una causa -en otros términos, que todo móvil tenga un motor. Lo segundo resulta de la necesidad explicativa de que todas las "primeras" esferas de cada planeta posean la misma clase de movimiento, a saber, aquel propio del movimiento diurno.

Para cumplir con el primer requisito, Aristóteles recurre o bien a la Esfera de las Estrellas Fijas (EF), o bien al Primer Motor y también a la suposición de que por contigüidad el movimiento de aquella primera esfera se transmite a las subsiguientes, aunque en algunos casos modificado por las distintas inclinaciones del eje de rotación y los requisitos de dirección.

Tómese el caso del planeta más lejano del centro del Universo, Saturno y asúmase la existencia física de un conjunto de cuatro esferas, con centro en la Tierra, denominadas S1, S2, S3 y S4 que cumplen con las correspondientes funciones eudoxianas del movimiento diurno, anual, retrógrado. Ahora bien S1 aunque toma su movimiento de la EF por simple contigüidad, lo transmite a S2 modificado a causa de la distinta inclinación del eje de rotación. Lo mismo sucede de S2 a S3 y de esta a la última esfera del conjunto. Hasta aquí Aristóteles ha explicado el todo conformado por la esfera del firmamento, EF, y las cuatro de Saturno. Y como el planeta que aparece a continuación es Júpiter, se debe también asumir otro conjunto de cuatro esferas con funciones semejantes. En este preciso momento surge la dificultad crucial, a saber, si J1 recibe su movimiento de S4 por el principio de contigüidad, J1 no podrá representar el movimiento diurno, sino uno muy modificado o "degenerado". Sin embargo, J1 debe

poseer el mismo movimiento diurno de S1 y de la EF; en caso contrario, la interpretación física no sería fiel al modelo matemático y su razón de ser queda absolutamente cuestionada.

Se hace necesario recuperar el movimiento original tanto del cosmos como un todo -EF- como de la primera esfera de Saturno -S1-. Para lograrlo, Aristóteles propone compensar las modificaciones a dicho movimiento original, representadas por las tres esferas internas del conjunto de Saturno, mediante la postulación de tres esferas compensatorias que girando entre Saturno y Júpiter neutralizan sucesivamente las variaciones del movimiento original. Dichas esferas compensatorias poseen movimientos idénticos a cada una de las esferas internas de Saturno pero se mueven en sentido contrario y se colocan igualmente en sentido inverso a aquellas. En concreto, Aristóteles afirma la existencia de una esfera -S4 que neutraliza a S4; luego aparece otra esfera -S3 que con su movimiento contrario compensa el factor S3; finalmente -S2 hace lo mismo con S2. En consecuencia, el movimiento que puede ser transmitido, después de estas tres neutralizaciones, es precisamente el propio de S1, movimiento diurno, como era necesario para J1. Heredado por J1, dicho movimiento, el conjunto de esferas de Júpiter puede cumplir con sus respectivas funciones. El todo planetario se ha extendido a dos planetas y al cielo estrellado, y así se cumple el segundo requisito exigido por el Estagirita.

Ahora bien, lo mismo debe suceder para incorporar los restantes cinco cuerpos celestes. Pero en el caso de la Luna no se requiere compensar movimiento alguno, pues debajo de ella se sitúa el mundo de la generación y corrupción y en consecuencia, el número de esferas lunares es simplemente el de las positivas propuestas o bien por Eudoxo o bien por Calipo.

Nótese que para un conjunto planetario de cuatro esferas se necesita uno de tres esferas compensatorias, y que para uno de cinco se requiere otro de cuatro. Luego es obvio que, en general, para un determinado conjunto de esferas es necesario un conjunto menor en uno para poder compensar los movimientos como lo establece Aristóteles. Consecuentemente se comprende su propuesta de agregar seis y dieciséis esferas compensatorias, pues corresponden a las tres y tres de los planetas Saturno y Júpiter por una parte, y a las cuatro de los tres planetas restantes más las del Sol, por la otra.

Así, Aristóteles obtiene una explicación total y una transmisión del movimiento desde la esfera exterior de las Estrellas Fijas hasta aquella más interna del conjunto de la Luna. Y al mismo tiempo, el todo de las esferas describe una realidad física y mecánica.

No obstante, una dificultad mecánica es sumamente difícil de superar. En efecto, aunque se asuma que la esfera propia del firmamento transmite a S1 su movimiento diurno por simple contigüidad, y que las esferas compensatorias neutralicen con su inversión los movimientos internos de cada conjunto y por ende el movimiento original puede pasar de un conjunto a otro, es difícilmente concebible el paso de S1 a S2, en que se invierte completamente la dirección del movimiento. Ciertamente es que lo mismo puede decirse de las esferas compensatorias, con su dirección de movimiento totalmente inverso. La contigüidad parece cumplir con los requisitos de la concepción aristotélica del movimiento pues se tiene el motor y su actuar directamente. Pero tal contigüidad podría funcionar manteniendo siempre la misma direccionalidad y en tal caso la interpretación físico-mecánica resulta totalmente inadecuada pues deja por fuera un rasgo fenoménico fundamental del movimiento de traslación o anual de cada cuerpo celeste. No hay, pues, explicación mecánica y por ende interpretación física del movimiento planetario.

La interpretación aristotélica presenta el mismo defecto que los modelos matemáticos de Eudoxo y Calipo: no se explica el cambio de brillo de los cuerpos celestes resultante del cambio de distancia. Y como dice Copérnico, al igual que Simplicio (*De Caelo*, 504), fue abandonado como construcción teórica en astronomía, y sustituida por una astronomía basada en epiciclos y excéntricas.

2.3.1. Sumario numérico de los modelos de Eudoxo, Calipo y Aristóteles.

A continuación se expresa en números cada uno de los modelos. Tómense en cuenta las siguientes claves:

+C... = esferas agregadas por Calipo

+A... = esferas compensatorias agregadas por Aristóteles.

ARIST(C) = interpretación aristotélica del modelo de Calipo.

ARIST (E)= interpretación aristotélica modificada del modelo de Eudoxo, esto es, sin las esferas de Calipo para el Sol y la Luna.

	EUDOXO	CALIPO	ARIST (C)	ARIST(E)
Luna	3	5=3+C2	5	3
Sol	3	5=3+C2	9=5+A4	5=3+A2
Mercurio	4	5=4+C1	9=5+A4	9=3+A2
Venus	4	5=4+C1	9=5+A4	9=5+A4
Marte	4	5=4+C1	9=5+A4	9=5+A4
Júpiter	4	4	7=4+A3	7=4+A3
Saturno	4	4	7=4+A3	7=4+A3
Total	26	33=26+C7	55=33+A22	49=29+A20*

Si incluimos la esfera de las Estrellas Fijas (EF), necesaria en las dos versiones aristotélicas pero no así en los modelos matemáticos, tenemos una esfera más en cada total:

56

50

*A pesar de que el texto dice 47, el total correcto tiene que ser 49 en virtud del argumento expuesto por Aristóteles.

Bibliografía

- Aristóteles. *Metafísica*. Gredos, Madrid, 1970.
- Coffa, José A. *Copérnico*. Centro editor de América Latina.
- Crombie, A. C. *Historia de la Ciencia: de San Agustín a Galileo*. Alianza Universitaria, Madrid, Vol. 1, 1974.
- De Santillana, Giorgio. *The Origins of Scientific Thought*. Mentor Books, N.Y., 1961.
- Dreyer, J.C.E. *A History of Astronomy from Thales to Kepler*. Dover, N. Y. 1953.
- Hanson, R. R. *Constelaciones y conjeturas*. Alianza Universidad, Madrid, 1978.
- Heath, Thomas L. *Greek Mathematics*. Dover, N.Y. 1963.
- Kuhn, Thomas S. *The Copernican Revolution*. Harvard University Press, Cambridge, 1966.
- Platón. *La República*. Instituto de Estudios Políticos, Madrid, II, 1949.
- Platón. *Timeo*. Aguilar, Madrid, 1971.
- Rosen, E. *Three Copernican Treatises*. Dover, N. Y., 1959.
- Sambursky, S. *The Physical world of the Greeks*. Collier Books, N. Y., 1962.
- Toulmin & Goodfield. *The Fabric of the Heavens*. Harper & Row, N. Y., 1965.

Guillermo Coronado
Universidad de Costa Rica
Escuela de Filosofía